

Aufgaben zu Gleichungen mit einer Unbekannten

1) Lineare Gleichungen mit einer Unbekannten:

- a) $2x = 14$
- b) $4x + 4 = 12$
- c) $4x + 3 = 2x + 11$
- d) $-2x - 4 = 6x + 28$
- e) $4x + 7 = -x + 12$
- f) $-8x + 10 = -5x + 1$
- h) $\frac{1}{3} \cdot x + 8 = -\frac{1}{4} \cdot x + 20$
- i) $5x - 14 = 5x + 2$
- j) $-\frac{1}{5} \cdot x + \frac{4}{3} = \frac{5}{7} + \frac{1}{2} \cdot x$

2) Lineare Gleichungen mit einer Unbekannten:

- a) $2(x - 4) = -3(x + 8) + 1$
- b) $-4(x + 3) = 2(-3x + 5) - 4$
- c) $2(x - 4) - 6(-2x + 8) = -56$
- d) $-3(-4x + 6) + 4(8x - 3) = -\frac{1}{2}(-4x + 6) + 4$
- e) $6(-2x + 2) - (-10x + 7) = 2(-4 + x) - 10$

3) Aufgaben mit quadratische Terme, die zu linearen Gleichungen führen:

- a) $(x - 4)(x + 3) = x(4 + x) - 6$
- b) $(-2x + 4)(2x - 5) - 8 = (x - 5)(-4x + 3)$
- c) $(4x + 5)(4x - 5) - (x - 3)(-2x + 3) = 6x(3x + 4)$
- d) $(-2x + 4)(5 - x) + 2(4x - 3) = (x + 6)(2x + 7)$
- e) $(x - 3)^2 = (x + 5)^2 - 8x$
- f) $(2x + 3)^2 - 4(5 + x)^2 = 7x$

4) Gesucht wird (linearen Gleichungen und Bruchgleichungen):

- a) $\frac{8}{x} = -4$
- b) $a \cdot x + b = c \quad (a \neq 0)$
- c) $a = b/x \quad (a \neq 0)$
- d) $\frac{4}{x - 2} = 2$
- e) $\frac{5}{x} = \frac{2}{x} + 2$

Lösungen:

1)

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & 2x = 14 \quad | :2 \\ & x = 7 \end{array} \quad (L = \{7\})$$

$$\begin{array}{ll} \text{b)} & 4x + 4 = 12 \quad | -4 \\ & 4x = 8 \quad | :4 \\ & x = 2 \end{array} \quad (L = \{2\})$$

$$\begin{array}{ll} \text{c)} & 4x + 3 = 2x + 11 \quad | -2x \\ & 2x + 3 = 11 \quad | -3 \\ & 2x = 8 \quad | :2 \\ & x = 4 \end{array} \quad (L = \{4\})$$

$$\begin{array}{ll} \text{d)} & -2x - 4 = 6x + 28 \quad | -6x \\ & -8x - 4 = 28 \quad | +4 \\ & -8x = 32 \quad | :(-8) \\ & x = -4 \end{array} \quad (L = \{-4\})$$

Die restlichen Aufgaben können analog gelöst werden:

$$\begin{array}{ll} \text{e)} & 4x + 7 = -x + 12 \quad | +x - 7 \\ & 5x = 5 \quad | :5 \\ & x = 1 \end{array} \quad (L = \{1\})$$

$$\begin{array}{ll} \text{f)} & -8x + 10 = -5x + 1 \quad | +5x - 10 \\ & -3x = -9 \quad | :(-3) \\ & x = 3 \end{array} \quad (L = \{3\})$$

$$\begin{array}{ll} \text{h)} & \frac{1}{3} \cdot x + 8 = -\frac{1}{4} \cdot x + 20 \quad | +\frac{1}{4} \cdot x - 8 \quad (\text{NR: } \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}) \\ & \frac{7}{12} \cdot x = 12 \quad | : \frac{7}{12} \text{ oder } \cdot \frac{12}{7} \\ & x = \frac{144}{7} = 20 \frac{4}{7} \end{array} \quad (L = \{\frac{144}{7}\} = \{20 \frac{4}{7}\})$$

$$\begin{array}{ll} \text{i)} & 5x - 14 = 5x + 2 \quad | -5x \\ & -14 = 2 \end{array} \quad \text{Keine Lösung bzw. } L = \{\}. \text{ Hätte sich z.B. } -14 = -14 \text{ ergeben, gäbe es unendlich viele Lösungen.}$$

$$\begin{array}{ll} \text{j)} & -\frac{1}{5} \cdot x + \frac{4}{3} = \frac{5}{7} + \frac{1}{2} \cdot x \quad | -\frac{1}{2} \cdot x - \frac{4}{3} \\ & -\frac{7}{10} \cdot x = -\frac{13}{21} \quad | :(-\frac{7}{10}) \text{ oder } \cdot(-\frac{10}{7}) \\ & x = \frac{130}{147} \end{array} \quad (L = \{\frac{130}{147}\})$$

2)

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & 2(x - 4) = -3(x + 8) + 1 \\ & 2x - 8 = -3x - 24 + 1 \\ & 2x - 8 = -3x - 23 \quad | +3x + 8 \\ & 5x = -15 \quad | :5 \\ & x = -3 \end{array} \quad (L = \{-3\})$$

$$\begin{aligned}
 \text{b)} \quad & -4(x+3) = 2(-3x+5) - 4 \\
 & -4x - 12 = -6x + 6 \quad | +6x + 12 \quad (-6x + 10 - 4 = -6x + 6) \\
 & \quad 2x = 18 \quad | :2 \\
 & \quad x = 9 \quad (L = \{9\})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c)} \quad & 2(x-4) - 6(-2x+8) = -56 \\
 & 2x - 8 + 12x - 48 = -56 \\
 & \quad 14x - 56 = -56 \quad | +56 \\
 & \quad 14x = 0 \quad | :14 \\
 & \quad x = 0 \quad (L = \{0\})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{d)} \quad & -3(-4x+6) + 4(8x-3) = -1/2(-4x+6) + 4 \\
 & 12x - 18 + 32x - 12 = 2x - 3 + 4 \\
 & \quad 44x - 30 = 2x + 1 \quad | +30 - 2x \\
 & \quad 42x = 31 \quad | :42 \\
 & \quad x = 31/42 \quad (L = \{31/42\})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{e)} \quad & 6(-2x+2) - (-10x+7) = 2(-4+x) - 10 \\
 & -12x + 12 + 10x - 7 = -8 + 2x - 10 \\
 & \quad -2x + 5 = 2x - 18 \quad | -5 - 2x \\
 & \quad -4x = -23 \quad | :(-4) \\
 & \quad x = 23/4 = 5 \frac{3}{4} = 5,75 \quad (L = \{5,75\})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3) \\
 \text{a)} \quad & (x-4)(x+3) = x(4+x) - 6 \\
 & x^2 + 3x - 4x - 12 = 4x + x^2 - 6 \\
 & \quad x^2 - x - 12 = 4x + x^2 - 6 \quad | -x^2 \\
 & \quad -x - 12 = 4x - 6 \quad | -4x + 12 \\
 & \quad -5x = 6 \quad | :(-5) \\
 & \quad x = -6/5 = -1,2 \quad (L = \{-1,2\})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b)} \quad & (-2x+4)(2x-5) - 8 = (x-5)(-4x+3) \\
 & -4x^2 + 10x + 8x - 20 - 8 = -4x^2 + 3x + 20x - 15 \\
 & \quad -4x^2 + 18x - 28 = -4x^2 + 23x - 15 \quad | +4x^2 - 23x + 28 \\
 & \quad -5x = 13 \quad | :(-5) \\
 & \quad x = -13/5 = -2,6 \quad (L = \{-2,6\})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c)} \quad & (4x+5)(4x-5) - (x-3)(-2x+3) = 6x(3x+4) \\
 & 16x^2 - 25 - (-2x^2 + 3x + 6x - 9) = 18x^2 + 24x \\
 & \quad 16x^2 - 25 + 2x^2 - 9x + 9 = 18x^2 + 24x \\
 & \quad 18x^2 - 9x - 16 = 18x^2 + 24x \quad | -18x^2 - 24x + 16 \\
 & \quad -33x = 16 \quad | :(-33) \\
 & \quad x = -16/33 \quad (L = \{-16/33\})
 \end{aligned}$$

Bei c) konnte bei der ersten Klammer die dritte binomische Formel angewendet werden, oder es kann auch ausmultipliziert werden. Wir haben immer alle Terme „mit x“ auf die rechte Seite der Gleichung gebracht, oben hätten wir aber auch beim vorletzten Schritt $-16 = 33x$ erhalten können.

$$\begin{aligned}
 \text{d)} \quad & (-2x + 4)(5 - x) + 2(4x - 3) = (x + 6)(2x + 7) \\
 & -10x + 2x^2 + 20 - 4x + 8x - 6 = 2x^2 + 7x + 12x + 42 \\
 & \quad \quad \quad 2x^2 - 6x + 14 = 2x^2 + 19x + 42 \quad | -2x^2 - 19x - 14 \\
 & \quad \quad \quad -25x = 28 \quad | :(-25) \\
 & \quad \quad \quad x = -28/25 = -1,12 \text{ bzw. } L = \{-28/25\} = \{-1,12\}
 \end{aligned}$$

e) Anwendung binomischer Formeln oder $(x - 3)^2$ über $(x - 3)(x - 3)$ berechnen.

$$\begin{aligned}
 & (x - 3)^2 = (x + 5)^2 - 8x \\
 & x^2 - 6x + 9 = x^2 + 10x + 25 - 8x \\
 & x^2 - 6x + 9 = x^2 + 2x + 25 \quad | -x^2 - 2x - 9 \\
 & \quad \quad \quad -8x = 16 \quad | :(-8) \\
 & \quad \quad \quad x = -2 \quad (L = \{-2\})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{f)} \quad & (2x + 3)^2 - 4(5 + x)^2 = 7x \\
 & 4x^2 + 12x + 9 - 4(25 + 10x + x^2) = 7x \\
 & 4x^2 + 12x + 9 - 100 - 40x - 4x^2 = 7x \\
 & \quad \quad \quad -28x - 91 = 7x \quad | +28x \\
 & \quad \quad \quad -91 = 35x \quad | :35 \\
 & \quad \quad \quad x = -91/35 = -13/5 = -2,6 \quad (L = \{-2,6\})
 \end{aligned}$$

4) Es soll nach x aufgelöst werden:

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad & 8/x = -4 \quad | \cdot x \\
 & 8 = -4x \quad | :(-4) \\
 & x = -2 \quad (L = \{-2\})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b)} \quad & a \cdot x + b = c \quad | -b \\
 & a \cdot x = c - b \quad | :a \\
 & x = (c - b)/a \quad (L = \{(c - b)/a\})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c)} \quad & a = b/x \quad | \cdot x \\
 & a \cdot x = b \quad | :a \\
 & x = b/a \quad (L = \{b/a\})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{d)} \quad & 4/(x - 2) = 2 \quad | \cdot (x - 2) \\
 & 4 = 2(x - 2) \\
 & 4 = 2x - 4 \quad | +4 \\
 & 8 = 2x \quad | :2 \\
 & x = 4 \quad (L = \{4\})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{e)} \quad & 5/x = 2/x + 2 \quad | \cdot x \\
 & 5 = 2 + 2x \quad | -2 \\
 & 3 = 2x \quad | :2 \\
 & x = 3/2 = 1,5 \quad (L = \{1,5\})
 \end{aligned}$$